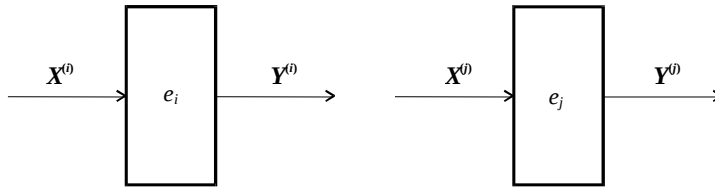


Matrice veza elemenata

Elementi sistema se međusobno mogu povezati na različite načine.

Neka su 2 elementa sistema prikazana svojim ulazima i izlazima kao na slici:



Broj mogućih povezivanja elemenata e_i i e_j zavisi od broja komponentata vektora $Y^{(i)}$ koje su povezane sa odgovarajućim komponentama vektora $X^{(j)}$.

Ako je broj tih komponentata m odnosno n , oba ova elementa mogu se povezati na $n \cdot m$ načina.

Da bi se veza dva elementa jednoznačno odredila formira se matrica veza oblika:

$$A_{ji} = \begin{bmatrix} y_1^{(i)} & y_2^{(i)} & \cdots & y_m^{(i)} \\ a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{(j)} \\ x_2^{(j)} \\ \cdots \\ x_n^{(j)} \end{bmatrix}$$

Elementi matrice imaju vrednost 1 ako se nalaze u preseku vrste i i kolone međusobno povezanih komponentata vektora $Y^{(i)}$ i $X^{(j)}$, a vrednost 0 je u ostalim slučajevima. Indeksi ji pridruženi matrici veze i njenim elementima govore o tome da se radi o izlazima i -tog i ulazima j -tog elementa, u redosledu ulaz-izlaz.

Matrica veze elemenata ima sledeće osobine:

- Dimenzije matrice odgovaraju broju komponentata vektora $X^{(j)}$ i $Y^{(i)}$, redom;
- U svakoj vrsti i koloni može da postoji najviše jedna jedinica;
- Matrica veze mora da sadrži najmanje jednu jedinicu.

Zadatak 1. Kako su povezani elementi sistema čija je matrica veza oblika:

$$A_{ji} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

S obzirom da matrica A_{ji} ima 4 vrste i 5 kolona, jednačina $X^{(j)} = A_{ji} \cdot Y^{(i)}$ ima oblik: (veza između posmatranih elemenata se prikazuje vektorskom j -nom):

$$\begin{bmatrix} x_1^{(j)} \\ x_2^{(j)} \\ x_3^{(j)} \\ x_4^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1^{(i)} \\ y_2^{(i)} \\ y_3^{(i)} \\ y_4^{(i)} \\ y_5^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1^{(i)} \\ y_2^{(i)} \\ 0 \\ \bar{y}_4^{(i)} \end{bmatrix}$$

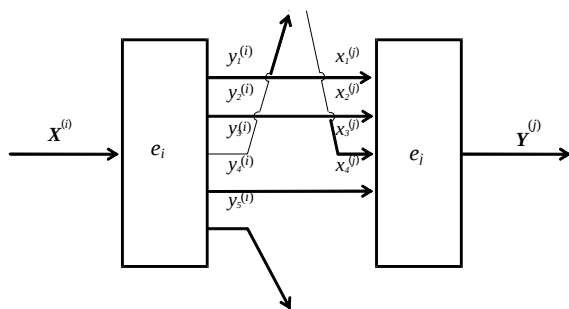
Na osnovu navedenih jednakosti može se zaključiti da su 3 izlaza elementa e_i povezana sa 3 ulaza elementa e_j , što možemo zapisati ovako:

$$x_1^{(j)} = y_1^{(i)}$$

$$x_2^{(j)} = y_2^{(i)}$$

$$x_3^{(j)} = y_3^{(i)}$$

Veza ovih elemenata prikazana je na sledećoj slici:



Zadatak 2. Kako su povezani elementi sistema čija je matrica veza oblika:

$$y_1^{(1)} y_2^{(1)} y_3^{(1)} y_4^{(1)}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_3^{(2)} \\ x_4^{(2)} \end{bmatrix}$$

S obzirom da matrica A_{21} ima 4 vrste i 4 kolone jednačina $X^{(2)} = A_{21} * Y^{(1)}$ ima oblik

$$\begin{bmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_3^{(2)} \\ x_4^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1^{(1)} \\ y_2^{(1)} \\ y_3^{(1)} \\ y_4^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_2^{(1)} \\ y_1^{(1)} \\ y_4^{(1)} \\ y_3^{(1)} \end{bmatrix}$$

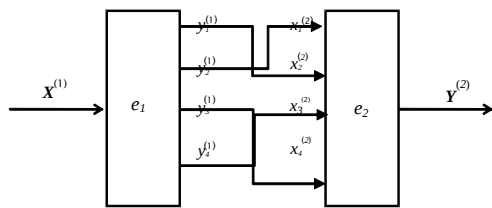
$$x_1^{(2)} = y_2^{(1)}$$

$$x_2^{(2)} = y_1^{(1)}$$

$$x_3^{(2)} = y_4^{(1)}$$

$$x_4^{(2)} = y_3^{(1)}$$

veza ovih elemenata prikazana je na sledeći način:



Zadatak 3. Kako su povezani elementi sistema čija je matrica veza oblika:

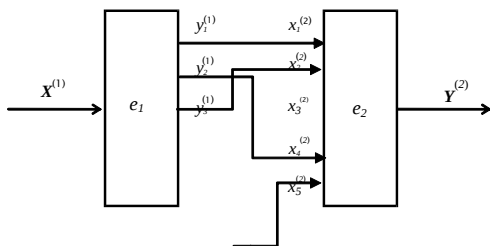
$$A_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_3^{(2)} \\ x_4^{(2)} \\ x_5^{(2)} \end{matrix}$$

S obzirom da matrica A_{21} ima 5 vrste i 3 kolone jednačina $X^{(2)} = A_{21} * Y^{(1)}$ ima oblik

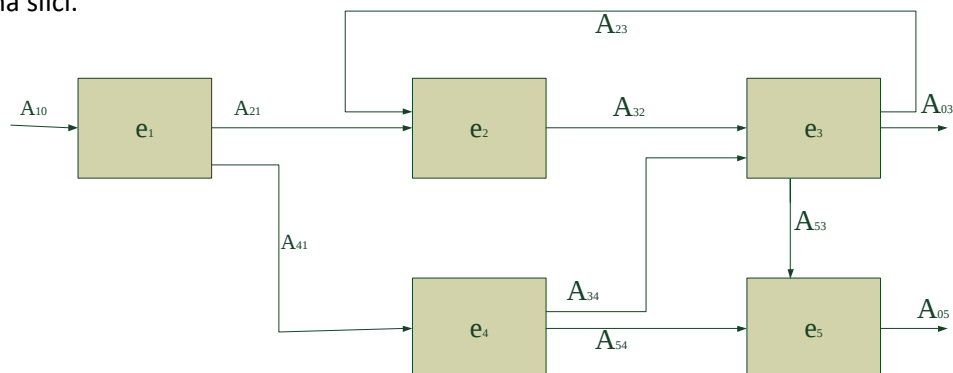
$$\begin{bmatrix} x_1^{(2)} \\ x_2^{(2)} \\ x_3^{(2)} \\ x_4^{(2)} \\ x_5^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1^{(1)} \\ y_2^{(1)} \\ y_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1^{(1)} \\ y_3^{(1)} \\ 0 \\ y_2^{(1)} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} x_1^{(2)} &= y_1^{(1)} \\ x_2^{(2)} &= y_3^{(1)} \\ x_4^{(2)} &= y_2^{(1)} \end{aligned}$$

veza ovih elemenata prikazana je na sledeći način:



Zadatak 4. Formirati submatrice i matricu veza sistema, matricama veza elemenata za sistem koji je prikazan na slici.



Sistem se sastoji od 5 elementa koji su povezani međusobno i sa okruženjem. Matrica veza sistema se sastoji od 4 submatrice: V_u submatrica unutrašnjih veza, V_x submatrica veza okruženja i sistema na strani ulaza, V_y submatrica veza okruženja i sistema na strani izlaza i V_0 submatrica veza okruženja.

$$V = \begin{bmatrix} V_0 & V_y \\ V_x & V_u \end{bmatrix}$$

- V_x submatrica veza okruženja i sistema na strani ulaza

$$V_x = \begin{bmatrix} A_{10} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- V_y submatrica veza okruženja i sistema na strani izlaza

$$V_y = [0 \quad 0 \quad A_{03} \quad 0 \quad A_{05}]$$

- V_u submatrica unutrašnjih veza

$$V_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & 0 & A_{23} & 0 & 0 \\ 0 & A_{32} & 0 & A_{34} & 0 \\ A_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{53} & A_{54} & 0 \end{bmatrix}$$

matrice veza A_{ji} , za $i=j$, su nula matrice jer se isključuje mogućnost povezivanja elementa sa samim sobom. vrsta pokazuje koji elementi deluju na dati el.

- V_0 submatrica veza okruženja sa samim sobom nije u interesu opisivanja strukture sistema i prikazuje se kao nula matrica.

$$V = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & A_{03} & 0 & A_{05} \\ A_{10} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{21} & 0 & A_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{32} & 0 & A_{34} & 0 \\ 0 & A_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{53} & A_{54} & 0 \end{bmatrix}$$